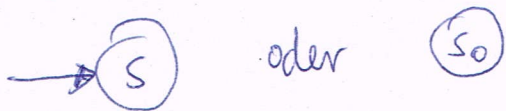


Startzustand:



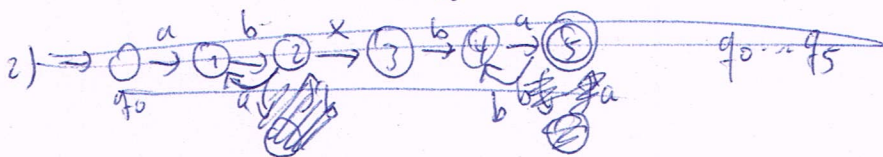
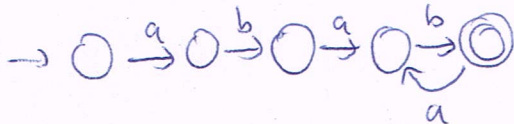
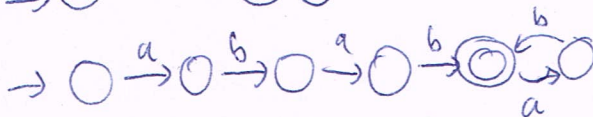
5.1 1) $L(A_1) = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

2) $L(A_2) = \{aw \mid w \in \{a,b\}^*\} \cup \{b^n aw \mid n \in \mathbb{N}, w \in \{a,b\}^*\}$
 $= \{b^n aw \mid n \in \mathbb{N}_0, w \in \{a,b\}^*\}$

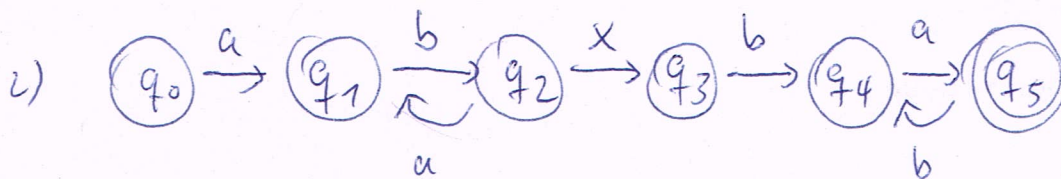
3) $L(A_3) = \emptyset = \{\}$ $\neq \{\epsilon\}$

4) $L(A_4) = \{x a^{2n} c b^m \mid n, m \in \mathbb{N}_0, x \in \{a,b,c\}\}$
 $= L(\underbrace{[abc](aa)^* c b^*}_{\text{reg. Ausdruck}})$

5.2



4) J.	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
a	q_1	q_1				
b		q_2	q_2			
x			q_3	q_3		



2/3

4) δ :

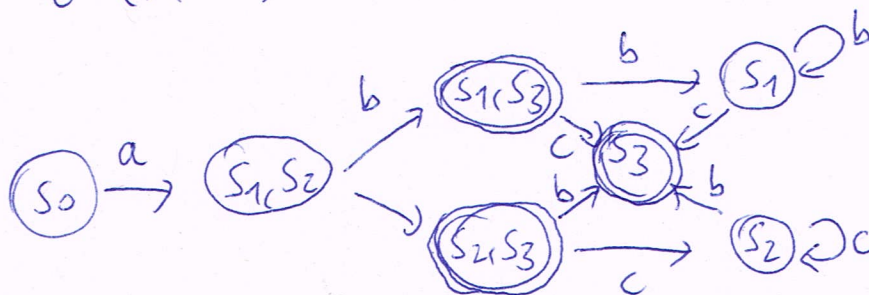
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	m
a	q_1	m	q_1	m	q_5	m	m
b	m	q_2	m	q_4	m	q_4	m
x	m	m	q_3	m	m	m	m



$m \neq F$
(kein Endzust.)

5.3 $\delta^*(s, \varepsilon) = s$
 $\delta^*(s, aw) = \delta^*(\delta(s, a), w)$

5.4



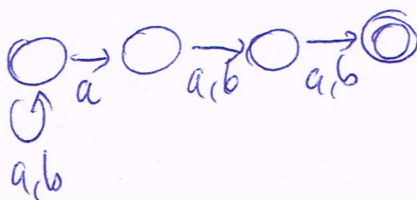
$S = \text{Pot}(\{s_0, s_1, s_2, s_3\})$

(Pot $X = 2^X$)

$= \{ \emptyset, \{s_3\}, \{s_0, s_3\}, \{s_1, s_3\}, \{s_0, s_1, s_3\}, \{s_2, s_3\}, \{s_0, s_2, s_3\}, \{s_1, s_2, s_3\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3\} \}$

$= \{ 0000, 1000, 0001, 1001, 0010, 1010, 0011, 1011, 0100, 1100, 0101, 1101, 0110, 1110, 0111, 1111 \}$

Bsp aus Buch:



Endliche Automaten

3/3

Es sei $|w|_a$ die Anzahl der in w enthaltenen a . Das kann man formal am einfachsten rekursiv definieren:

- $|\varepsilon|_a = 0$
- $|aw|_a = 1 + |w|_a$
- $|bw|_a = |w|_a$ (für $b \neq a$)

ababab abbaab "gutartig"
aaaaaaa...

Wir definieren außerdem (nur für Zwecke dieser Aufgabe) die **a-b-Differenz**

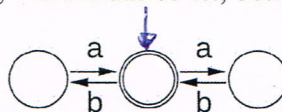
$$\partial_{a,b}(w) := \text{abs}(|w|_a - |w|_b), \quad \text{mit } \text{abs}(x) = \text{Betrag von } x$$

Wenn das Wort w gleiche viele a wie b enthält, gilt also $\partial_{a,b}(w) = 0$, ansonsten $\partial_{a,b}(w) > 0$

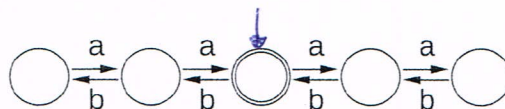
Zur Erinnerung: $v \in \Sigma^*$ ist **Präfix** von $w \in \Sigma^*$, wenn w „mit v anfängt“, also $w = vr$ für ein $r \in \Sigma^*$.

a) Die Sprache $L_{a=b} := \{w \in \{a, b\}^* : |w|_a = |w|_b\}$ ist nicht durch einen endlichen Automaten darstellbar. Um anschaulich herzuleiten, warum das so ist, betrachten Sie die folgenden Automaten:

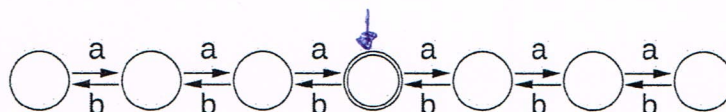
A_1 :



A_2 :



A_3 :



A_1 akzeptiert die Wörter w aus $L_{a=b}$, bei denen für jedes Präfix v von w gilt: $|v|_a$ und $|v|_b$ unterscheiden sich höchstens um 1: $\partial_{a,b}(v) \leq 1$.

Der Zustand rechts vom Startzustand steht für „ein a mehr“, der Zustand links für „ein b mehr“.

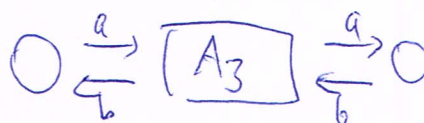
A_2 erweitert A_1 und akzeptiert dadurch auch Wörter, bei denen sich in Präfixen die Anzahlen der „ a “s und „ b “s um bis zu 2 unterscheiden können: $\partial_{a,b}(v) \leq 2$.

Auf gleiche Weise kann A_3 Worte akzeptieren, bei denen Präfixe eine a-b-Differenz von bis zu 3 haben: $\partial_{a,b}(v) \leq 3$.

Prüfen Sie, ob A_3 die Worte abab, abba, aaabbb und aaaabbbb aus $L_{a=b}$ akzeptiert. Für die Worte, die er nicht akzeptiert: woran liegt das?

abab $\in$
abba $\notin$
aaabbb $\in$
aaaabbbb $\notin$

b) Wie sieht ein Automat A_4 aus, der Worte mit Präfixen mit a-b-Differenzen ≤ 4 akzeptiert?



c) Wie viele Zustände müssten Sie links und rechts hinzufügen, um ganz $L_{a=b}$ zu akzeptieren?

∞