$-2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \dots$

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$n \in \mathbb{N}$

$\mathbb{Z}_n$: Restklassen modulo n

a und b äquivalent, wenn sie bei Divi. durch n den selben Rest lassen

$\mathbb{Z}_5$:		
0	$\{0, 5, 10, -5, -10, \dots\}$	$= [0]$
1	$\{1, 6, -4, -9, \dots\}$	$= [1]$
2	$\{2, 7, -3, -8, \dots\}$	$= [2]$
3	$\{3, 8, -2, -7, \dots\}$	$\vdots$
4	$\{4, 9, -1, -6, \dots\}$	

$[2] \cdot [3] = [2 \cdot 3] = [6] = [1]$

$[2] \cdot [3] = [7 \cdot (-2)] = [-14] = [1]$

$2 \cdot 3 \equiv 1 \pmod 5$

$a, b \in \mathbb{Z}_5$, ist $a < b$?

$1 < 4$ in $\mathbb{Z}_5$?

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

<u>Nullteiler</u>

a, b Nullteiler wenn $a \cdot b = 0$

In $\mathbb{Z}_6$: $2, 3$ Nullteiler

$n = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

In $\mathbb{Z}_n$: Alle Vielfachen von $2, 3$ sind Nullteiler

$$
\begin{aligned}
&ggT(12,20)\\
&= ggT(20, 12 \% 20)\\
&= ggT(20, 12)\\
&= ggT(12, 20 \% 12)\\
&= ggT(12, 8)\\
&= ggT(8, 12 \% 8)\\
&= ggT(8, 4)\\
&= ggT(4, 8 \% 4)\\
&= ggT(4, 0) = 4
\end{aligned}
$$

$\mathbb{Z}_{15}$, 3, 5 Nullt.

Ann.: $3^{k} \equiv 1$

$3^{k-1} \cdot 3 \equiv 1$

$(3 \cdot x = 1)$

$= 3^{-1}$