

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$n \in \mathbb{N}$

\mathbb{Z}_n : Restklassen modulo n
 a und b äquivalent, wenn
 sie bei Divi. durch n den
 selben Rest lassen

\mathbb{Z}_5	0	$\{0, 5, 10, -5, -10, \dots\}$	$= [0]$
	1	$\{1, 6, -4, -9, \dots\}$	$= [1]$
	2	$\{2, 7, -3, -8, \dots\}$	$= [2]$
	3	$\{3, 8, -2, -7, \dots\}$	\vdots
	4	$\{4, 9, -1, -6, \dots\}$	\vdots

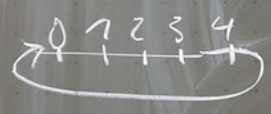
$$[2] \cdot [3] = [2 \cdot 3] = [6] = [1]$$

$$[2] \cdot [3] = [7 \cdot (-2)] = [-14] = [1]$$

$$2 \cdot 3 \equiv 1 \pmod{5}$$

$a, b \in \mathbb{Z}_5$, ist $a < b$?

$1 < 4$ in \mathbb{Z}_5 ?



Nullteiler

a, b Nullteiler
 wenn $a \cdot b = 0$

In \mathbb{Z}_6 : 2, 3 Nullteiler

$$n = 2 \cdot 3^2 = 72$$

In \mathbb{Z}_n : Alle Vielfachen
 von 2, 3 sind
 Nullteiler

$$\begin{aligned}
 & \text{ggT}(12, 20) \\
 &= \text{ggT}(20, 12 \% 20) \\
 &= \text{ggT}(20, 12) \\
 &= \text{ggT}(12, 20 \% 12) \\
 &= \text{ggT}(12, 8) \\
 &= \text{ggT}(8, 12 \% 8) \\
 &= \text{ggT}(8, 4) \\
 &= \text{ggT}(4, 8 \% 4) \\
 &= \text{ggT}(4, 0) = 4
 \end{aligned}$$

\mathbb{Z}_{15} , 3, 5 Nullte.

$$\begin{aligned}
 \text{Ann. : } & 3^k \equiv 1 \\
 & 3^{k-1} \cdot 3 \equiv 1 \\
 & (3 \cdot x = 1) \quad \quad \quad = 3^{-1}
 \end{aligned}$$