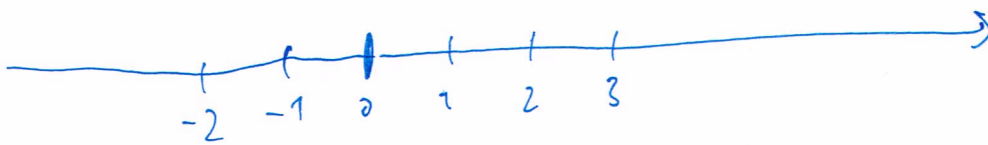


GGT: $\text{ggT}(12, 20)$
 $= \text{ggT}(20, 12 \% 20) = \text{ggT}(20, 12)$
 $= \text{ggT}(12, 20 \% 12) = \text{ggT}(12, 8)$
 $= \text{ggT}(8, 12 \% 8) = \text{ggT}(8, 4)$
 $= \text{ggT}(4, 8 \% 4) = \text{ggT}(4, 0) = \underline{\underline{4}} \rightarrow 5 \cdot 98$
 (Fehlerv)

GD13
 07.11.2020
 1/2

Überlegungen zu \mathbb{Z}_n



$\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$, $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$, $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$\mathbb{Z}_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Restklasse: Klassenbildung anhand Gemeinsamkeit

\mathbb{Z}_5 basiert auf \mathbb{Z}

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

Frage: Was bleibt als Rest bei Div. durch 5?

| \mathbb{Z} | "0" | "1" | "2" | "3" | "4" |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | 10 | 11 | ... | | |

"0" = $\overline{0}$
 $= \{0, 5, 10, \dots, -5, -10, \dots\}$

Addition:

$$[2]_5 = \bar{2}$$

GDI3
07.11.2020
2/2

$$\bar{a} + \bar{b} = \overline{a+b}$$

$$\bar{1} = \{1, 6, 11, \dots\} = \bar{6}$$

$$\bar{2} + \bar{4} = \overline{6} = \bar{1}$$

$$\bar{2} = \{2, 7, 12, \dots\}$$

$$\bar{4} = \{4, 9, 14, \dots\}$$

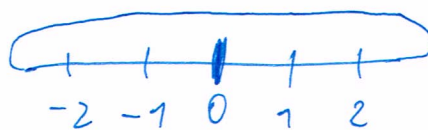
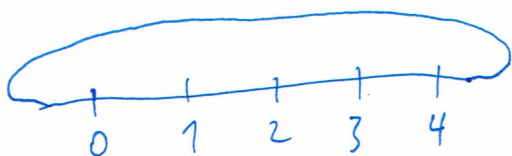
↑
sinvoll?

$$\bar{2} + \bar{4} = \bar{7} + \bar{14} = \overline{7+14} = \overline{21} = \bar{1}$$

$$3 = \frac{6}{2} = 2,99$$

$$\bar{a} + \bar{b} := \overline{(a+b) \bmod 5}$$

\mathbb{Z}_5 :



$$\bar{-1} = \bar{2} - \bar{3} = \bar{7} - \bar{3} = \bar{4}$$



Nullteiler:

a, b Nullteiler

Zu a gibt es ein $x \neq 0$ mit $a \cdot x = 0$

Zu b gibt es ein $y \neq 0$ mit $b \cdot y = 0$

Annahme: a^{-1} existiert \Downarrow falsche Annahme!

$$1 = a \cdot a^{-1} \mid \cdot x \quad a \cdot x = 0$$

$$x = a \cdot a^{-1} \cdot x = \underbrace{a \cdot x}_{0} \cdot a^{-1} = 0 \cdot a^{-1} = 0$$