

Termin # 2 (2022-03-12)

Aufzeichnung:

Gruppe 2 !

Ablauf:

- Bespr. Übung 1 (letzter Termin)  
nur Aufgabe 3 - MinSort (Selection Sort)

Ordner ue01: sort-a3.py  
data3.dat

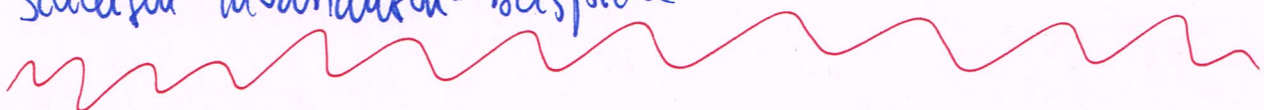
Zeichne Graph

- SK-Aufgaben aus Kap. 2
  - Kurs: Plotter, 2.1,  $n \neq \log n (2 \neq n)$
  - Hinweis 2.3: Vergleiche "<", ">" tauschen
  - Bsp. bei 2.5 in simplify-Seite zeigen
- Folienatz B (vollst. Induktion), Beispiele auf Tafel
- Übung 2, Aufgabe 1: 30 min.
- Besprech. Aufg. 1 ← hat nicht gepasst (12.03.2022)

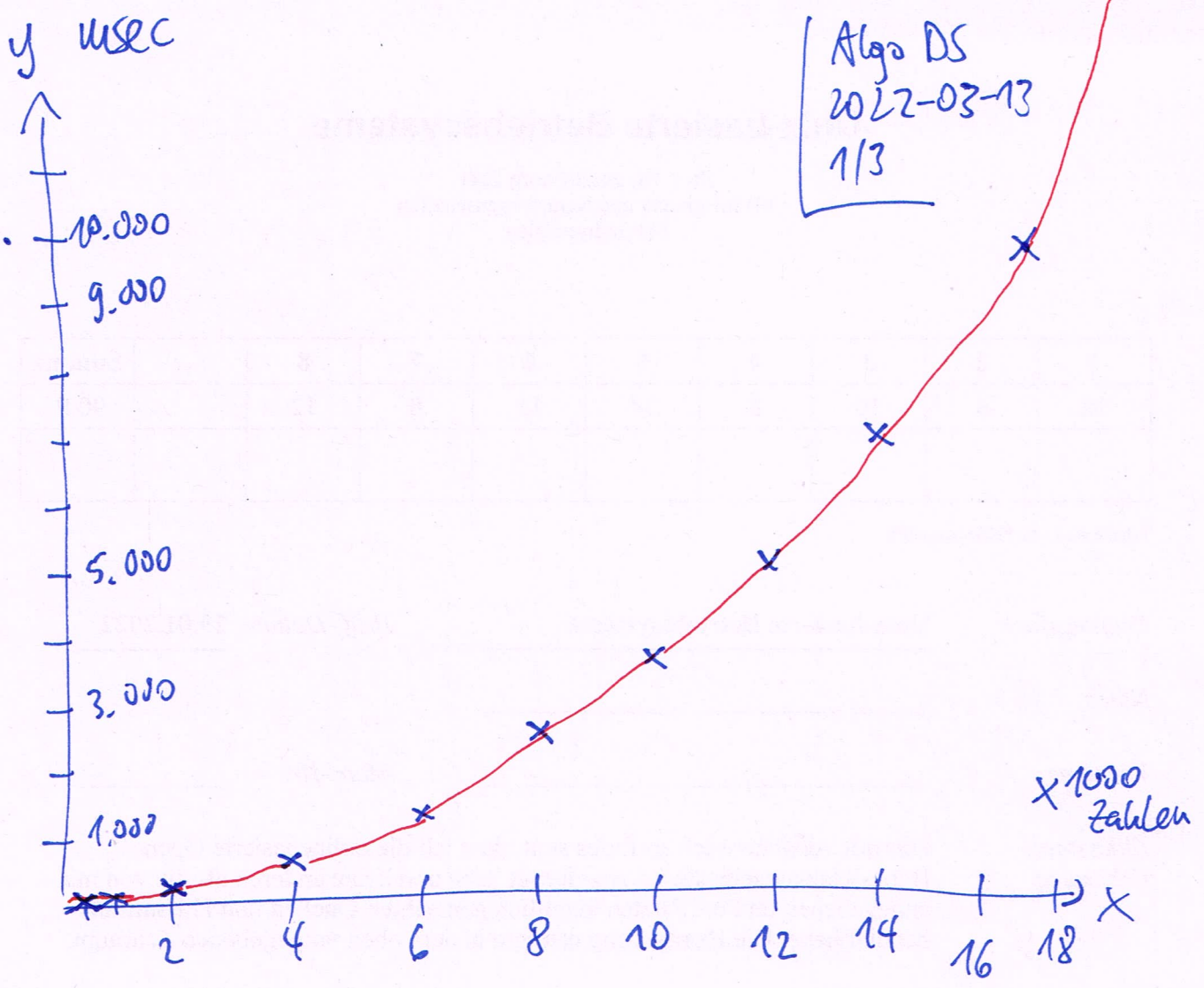
~~W~~ To-dos: 

time.kue() Windows? Differenz 0

Schleifen-Invarianten-Beispiele



Algo DS  
2022-03-13  
1/3



$A(n): n^2 + n$  ist gerade.

$A(1): 1^2 + 1 = 2 \checkmark$  ← ind. Verank.

$A(3): 3^2 + 3 = 12 \checkmark$

$A(4): 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20 \checkmark$

Algo DS  
2022-03-13  
2/3

ind. Schritt:  $A(n) \Rightarrow A(n+1)$

Annahme:  $A(n)$ ,  $n^2 + n$  gerade

$A(n+1): (n+1)^2 + (n+1)$

$= \underline{n^2} + 2n + 1 + \underline{n} + 1$

$= (n^2 + n) + 2n + 2$

$= \underbrace{(n^2 + n)}_{\text{gerade}} + \underbrace{2 \cdot (n+1)}_{\text{gerade}}$  gerade  $\checkmark$

gerade

gerade

weil  $A(n)$

weil  $2 \cdot x$

ABER: einfacher über eine Falluntersuchung.

- $n$  gerade,  $n^2$  auch gerade,  $n^2 + n$  gerade
- $n$  ungerade,  $n^2$  auch ungerade,  $n^2 + n$  gerade

$n = 2k + 1$      $n^2 = (2k + 1)^2$   
 $= 4k^2 + 4k + 1$

$n + n^2 = 2k + 1 + 4k^2 + 4k + 1$   
 $= 4k^2 + 6k + 2 = 2 \cdot (2k^2 + 3k + 1)$

formaler Beweis, der auf math. Definition von "ungerade" basiert

nicht vorgerechnet:  $A_3(n)$

Summenformel für  
ungerade Zahlen

Algo DS  
2022-03-13  
3/3

Idee: clever erweitern auf Summe  
aller (!) Zahlen, dann die geraden  
wieder abziehen

---

$$A(n): 1+3+\dots+(2n-1) = n^2$$

$$A(1): 1 = 1^2 \quad \checkmark$$

$$A(2): 1+3 = 2^2 \quad \checkmark$$

$$A(n+1): \underbrace{1+\dots+(2n-1)}_{n^2} + (2(n+1)-1) = (n+1)^2$$

---

alternativ:  $1+3+\dots+(2n-1)$

$$= \underbrace{1+2+3+\dots+(2n-1)}_{\text{alle Zahlen}} - \underbrace{(2+4+\dots+2n-2)}_{\text{gerade}}$$

$$= 1+\dots+(2n-1) - 2 \cdot (1+\dots+(n-1))$$

$$= \frac{(2n-1)2n}{2} - 2 \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2} = (2n-1)n - (n-1)n$$
$$= (2n-1-n+1)n$$
$$= n^2$$

Aufgabe 2.5,  $f_1(n) = (n+1)^2 - (n-1)^2$

$$k_1 = (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

$$k_2 = (n-1)^2 = n^2 - 2n + 1$$

$$f_1(n) = k_1 - k_2 = 4n$$

-----

Vollst. Induktion

Anschaulich, warum funktioniert das?

Warum gilt  $A(n)$  fuer alle  $n > \text{startwert}$ ,  
wenn wir

(i)  $A(\text{startwert})$

und

(ii)  $A(n) \Rightarrow A(n+1)$

gezeigt haben?

Um z.B.  $A(7)$  zu zeigen, folgern wir:

$A(1)$ . (Verankerung)

$A(1) \Rightarrow A(2)$  (Schluss)

$A(2) \Rightarrow A(3)$  (Schluss)

$A(3) \Rightarrow A(4)$  (Schluss)

$A(4) \Rightarrow A(5)$  (Schluss)

$A(5) \Rightarrow A(6)$  (Schluss)

$A(6) \Rightarrow A(7)$  (Schluss)

und mit entsprechenden Ketten erhalten wir das auch fuer jedes andere  $n$ .